

1



2

## OPTIMALE LÖSUNGEN FÜR ZUSCHNITTPROBLEME

**1** *Optimale Holzausbeute im schematischen Stammquerschnitt*

**2** *Bretter verschiedener Dimensionen*

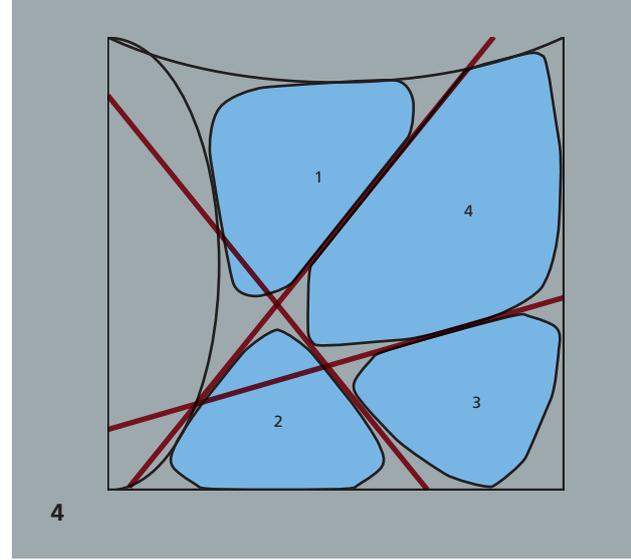
Integraler Bestandteil vieler Produktionsprozesse ist das Zerlegen von Rohlingen in Produkte. In der Holzverarbeitenden Industrie werden beispielsweise Baumstämme und Bretter zersägt, in der metallverarbeitenden Industrie werden aus Blechen unterschiedliche Teile gestanzt und in einer Vielzahl von Industrien werden Rollen, z. B. aus Papier oder Metall, zugeschnitten. Dabei kommen ganz unterschiedliche Schneidwerkzeuge zum Einsatz, zum Beispiel Kreis- und Bandsägen, Wasser- und Laserstrahl oder Pressen mit Matrizen. In vielen Anwendungen kann der Rohling nicht vollständig in Produkte überführt werden, sondern es entsteht unbrauchbarer Verschnitt, den es zu minimieren gilt. Die Abteilung Optimierung setzt sich zur Zeit mit mehreren solcher Zerlegeprobleme auseinander und entwickelt für verschiedene Anwendungen innovative Lösungsverfahren. Sie betrachtet dabei nicht nur das eigentliche Zerlegeproblem, sondern analysiert es ganzheitlich eingebettet in den jeweiligen Produktionsprozess.

Dazu werden Ansätze verfolgt, die weit über die klassischen Ansätze zur Modellierung und Lösung von Zuschnitt- und Packungsproblemen hinausgehen. Diese kann man grob in drei Kategorien einteilen:

- Platziere von einer Auswahl an Produkten möglichst viele in einem Rohling fester Dimension; dabei dürfen Produkte auch vervielfältigt werden.
- Platziere alle Produkte einer Auswahl in einem Rohling minimaler Größe; dabei sind Größe und Form des Rohlings variabel, unterliegen aber möglicherweise gewissen Restriktionen.
- Platziere alle Produkte einer Auswahl in einer minimalen Anzahl von Rohlingen fester Dimension.

Typischerweise sind die Produkte und Rohlinge bei diesen Aufgabenstellungen einfache geometrische Objekte, zum Beispiel Kreise oder Rechtecke, oder werden durch solche approximiert. Auch unterliegen die zulässigen Zerlegemuster häufig starken Restriktionen. Beispielsweise wird oft gefordert, dass die platzierten Produkte eine Guillotineanordnung bilden. Eine solche Anordnung lässt sich durch eine Folge von geradlinig verlaufenden, durchgehenden Schnitten, den sogenannten Guillotineschnitten, zerlegen. Die Betrachtung solcher Zuschnittprobleme hat eine lange Tradition in der Mathematik; dementsprechend wurde eine Vielzahl exakter und approximativer Lösungsverfahren entwickelt. Aufgrund der Größe vieler praktischer Probleme kommen häufig nur randomisierte Suchverfahren und Metaheuristiken in Betracht.

Exemplarisch für die in der Abteilung Optimierung betrachteten Zerlegeprobleme ist das Problem der Verschnittminimierung in einem Sägewerk. Dort werden Bretter verschiedener Qualitätsstufen und unterschiedlicher Dimensionen aus Baumstämmen geschnitten. Der Einschnittvorgang



ist relativ komplex und impliziert eine größere Anzahl von Bedingungen, die bei der Platzierung der Bretter im Stamm berücksichtigt werden müssen. Im Rahmen der Verschnittminimierung muss zusätzlich auch entschieden werden, welche Bretter überhaupt innerhalb welcher Region des Stamms berücksichtigt werden soll. Dabei spielen nicht nur die Qualitätsstufen eine wichtige Rolle, sondern auch diverse Informationen über Lagerbestände und Absatzprognosen. Zusätzlich ist es notwendig, das Verschnittminimierungsproblem im Gesamtkontext der Produktion zu betrachten. Ein verschnittoptimales Schnittbild kann unter Umständen nur mit erheblichem Mehraufwand realisiert werden, so dass es gegebenenfalls sinnvoll ist, ein wenig mehr Verschnitt in Kauf zu nehmen, gleichzeitig aber den Produktionsaufwand zu reduzieren und damit die Produktion zu steigern. Dies erfordert neben der Modellierung des eigentlichen Zerlegeproblems die Modellierung der Gesamtproduktion und führt so unmittelbar zu einer Vielzahl konkurrierender Zielkriterien, also zu einem multikriteriellen Optimierungsproblem.

Ein weiteres Beispiel für die in der Abteilung Optimierung betrachteten Zerlegeprobleme ist die Berechnung von Zerlegungen eines Rohedels in weiterverarbeitbare Rohlinge, die den Ertrag der daraus gefertigten Facettensteine maximieren. Dazu gilt es, Einschlüsse weitestgehend zu vermeiden beziehungsweise an unauffälligen Stellen in den Endprodukten zu platzieren. Im Gegensatz zu den klassischen Problemstellungen haben die Rohsteine eine irreguläre Form und die Facettensteine sind parametrisch sowie durch Restriktionen an deren Größe und Form beschrieben. Beispielsweise wird gefordert, dass das Verhältnis von Breite und Höhe eines Schmucksteins innerhalb eines vorgegebenen Intervalls liegen muss. Dies führt unmittelbar zur Modellierung ästhetischer Fragestellungen, die wesentlichen Einfluss auf den Wert der facettierten Steine haben. Im Rahmen der Verschnittminimierung werden dann die Anzahl der zu facettierenden Steine und deren konkrete Geometrie unter Berücksichtigung ästhetischer Aspekte berechnet. Für diese Fragestellungen hat sich die Modellierung und Lösung als allgemeines semi-infinites Optimierungsproblem bewährt, an deren praxistauglicher Umsetzung die Abteilung maßgeblich beteiligt ist.

Im Rahmen dieser beiden und weiterer Projekte hat die Abteilung Kompetenzen zur Lösung von Zerlegeproblemen aufbauen können. Zwar erfordert jede Fragestellung einen individuellen Lösungsansatz, doch ergeben sich immer wieder Synergieeffekte. Unter Umständen führen die entwickelten Verfahren zu einer Revision oder sogar zu einer Neuentwicklung von Produktionsprozessen. Letzteres ist insbesondere im Kontext der Farbedelsteine der Fall.

**3** *Zu zerlegender Rohedelstein*

**4** *Volumen-optimale Guillotine-Anordnung von vier Schmucksteindesigns in einem zweidimensionalen Körper*